Paracuru-CE

Data: 20/09/2026

Autor: David Dias Marques

E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com

Título: 033 - ESTUDO DA REDUÇÃO DOS POLÍNOMIOS PALÍNDROMOS DA FAMÍLIA Cn(L) E SUA RELAÇÃO COM QUADRADOS PERFEITOS CONSECUTIVOS

POLINÔMIOS DA FORMA Cn(L)

PALAVRAS CHAVES: quadrados perfeitos consecutivos, polínomios palíndromos, redução polinomial.

$$C_0 = L^0$$

$$C_1 = L^2 + 2L^1 + L^0$$

$$C_2 = L^4 + 2L^3 + 3L^2 + 2L^1 + L^0$$

$$C_3 = L^6 + 2L^5 + 3L^4 + 4L^3 + 3L^2 + 2L^1 + L^0$$

$$C_4 = L^8 + 2L^7 + 3L^6 + 4L^5 + 5L^4 + 4L^3 + 3L^2 + 2L^1 + L^0$$

• • •

Texto autorizado para ser divulgado / compartilhado na Seção Colaboradores do WebSite: www.osfantasticosnumerosprimos.com.br

Fórmulas gerais

$$C_n(L) = \sum_{k=0}^{n}(k+1)L^{2n-k} + \sum_{k=0}^{n-1}(k+1)L^{k}$$

$$C_n(L) = \left(\sum_{k=0}^{n} L^k\right)^2 = \left(1 + L + L^2 + \cdots + L^n\right)^2 = \left(\frac{L^{n+1}-1}{L-1}\right)^2$$

Perceba que C1(L) produz o quadrado perfeito sucessor de L^2, pois C1(L) = $(L + 1)^2$. E $(L + 1)^2$ é sucessor de L^2. Em se tratando de naturais.

TRANSFORMANDO C2(L) DE UMA VARIÁVEL PARA DUAS VARIÁVEIS CONSECUTIVAS - C2(A, B)

Seja o polinômio explorado o C2:

C2(L) = $L^4 + 2L^3 + 3L^2 + 2L + 1$

Substituindo L por $\sqrt{A}$

C2($\sqrt{A}$) = $A^2 + 2\sqrt{A^3} + 3A + 2\sqrt{A} + 1$

Perceba que [B = $A + 2\sqrt{A} + 1$] é o quadrado perfeito sucessor de A, logo

$C2(\sqrt{A}) = A^2 + 2\sqrt{A^3} + 3A + 2\sqrt{A} + 1$

$C2(\sqrt{A}) = A^2 + 2\sqrt{A^3} + 2A + (A + 2\sqrt{A} + 1)$

$C2(\sqrt{A}) = A^2 + 2\sqrt{A^3} + 2A + B$

Dividindo [$2\sqrt{A^3} + 2A$] por 2A

$C2(\sqrt{A}) = A^2 + 2A(\sqrt{A} + 1) + B$

[$\sqrt{A} + B + 1$], perceba que $(\sqrt{A} + 1) = \sqrt{B}$

$C2(\sqrt{A}) = A^2 + 2A\sqrt{B} + B$

Dividindo [$A^2 + 2A\sqrt{B}$] por A, obtemos

$C2(\sqrt{A}) = A(A + 2\sqrt{B}) + B$

Sendo [$B = A + 2\sqrt{A} + 1$], seu inverso é [$A = B - 2\sqrt{B} + 1$]

Por isso, [$2\sqrt{B} = -A + B + 1$], substituindo em $C2 = A^2 + 2A\sqrt{B} + B$, obtém-se

$C2(\sqrt{A}) = A(A - A + B + 1) + B$

Cancelando e fazendo a distributiva

[$C2(A, B) = AB + A + B$]

Que relaciona dois quadrados perfeitos consecutivos. Os quadrados resultantes de C2(A, B) estão se distanciando em saltos ímpares de quadrados perfeitos entre os elementos do conjunto dos quadrados perfeitos.

Exemplos

$C2(0, 1) = 0 \bullet 1 + 0 + 1 = 1$

$C2(1, 4) = 1 \bullet 4 + 1 + 4 = 9$

$C2(4, 9) = 4 \bullet 9 + 4 + 9 = 49$

$C2(9, 16) = 9•16 + 9 + 16 = 169$

.

.

.

A relação (AB + A + B) foi inicialmente observada dentro da estrutura do Δseq^2 de forma intuitiva. A família de polinômios da forma Cn(L) foram descobertos bem depois.

POLINÔMIO C3(L) DE UMA VARIÁVEL PARA DUAS, CONSECUTIVAS

$C3(L) = L^6 + 2L^5 + 3L^4 + 4L^3 + 3L^2 + 2L + 1$

Trocando L por √A

$C3(\sqrt{A}) = (\sqrt{A})^6 + 2(\sqrt{A})^5 + 3(\sqrt{A})^4 + 4(\sqrt{A})^3 + 3(\sqrt{A})^2 + 2(\sqrt{A}) + 1$

$C3(\sqrt{A}) = A^3 + 2\sqrt{A^5} + 3A^2 + 4\sqrt{A^3} + 3A + 2\sqrt{A} + 1$

$C3(\sqrt{A}) = A^3 + 2\sqrt{A^5} + 3A^2 + 4\sqrt{A^3} + 2A + (A + 2\sqrt{A} + 1)$

$C3(\sqrt{A}) = A^3 + 2\sqrt{A^5} + 3A^2 + 4\sqrt{A^3} + 2A + B$

$C3(\sqrt{A}) = A^3 + 2\sqrt{A^5} + 2A^2 + A^2 + 4\sqrt{A^3} + 2A + B$

$C3(\sqrt{A}) = A(A^2 + 2\sqrt{A^3} + 2A + A + 4\sqrt{A} + 2) + B$

$C3(\sqrt{A}) = A(A^2 + 2\sqrt{A^3} + 2A + A + 2\sqrt{A} + 2\sqrt{A} + 1 + 1) + B$

$C3(\sqrt{A}) = A(A^2 + 2\sqrt{A^3} + A + [A + 2\sqrt{A} + 1] + [A + 2\sqrt{A} + 1]) + B$

$C3(\sqrt{A}) = A(A^2 + 2\sqrt{A^3} + A + B + B) + B$

$C3(\sqrt{A}) = A(A(A + 2\sqrt{A} + 1) + 2B) + B$

$C3(\sqrt{A}) = A(AB + 2B) + B$

$[\ C3(\sqrt{A}) = AB(A + 2) + B\ ]$

De forma geral, para quadrados perfeitos consecutivos, C3(A, B) gera quadrados especiais com essa estrutura
[C3(A, B) = B(A(A + 2) + 1)]

POLINÔMIO C4(L) DE UMA VARIÁVEL PARA DUAS, CONSECUTIVAS

$C4(L) = L^8 + 2L^7 + 3L^6 + 4L^5 + 5L^4 + 4L^3 + 3L^2 + 2L + 1$

Trocando L por √A

$C4(\sqrt{A}) = (\sqrt{A})^8 + 2(\sqrt{A})^7 + 3(\sqrt{A})^6 + 4(\sqrt{A})^5 + 5(\sqrt{A})^4 + 4(\sqrt{A})^3 + 3(\sqrt{A})^2 + 2(\sqrt{A}) + 1$

$C4(\sqrt{A}) = A^4 + 2\sqrt{A}^7 + 3A^3 + 4\sqrt{A}^5 + 5A^2 + 4\sqrt{A}^3 + 3A + 2\sqrt{A} + 1$

$C4(\sqrt{A}) = A^4 + 2\sqrt{A}^7 + 3A^3 + 4\sqrt{A}^5 + 5A^2 + 4\sqrt{A}^3 + 2A + B$

$C4(\sqrt{A}) = A(A^3 + 2\sqrt{A}^5 + 3A^2 + 4\sqrt{A}^3 + 3A + 2B) + B$

$C4(\sqrt{A}) = A(A(A^2 + 2\sqrt{A}^3 + 3A + 4\sqrt{A} + 3) + 2B) + B$

$C4(\sqrt{A}) = A(A(A^2 + 2\sqrt{A}^3 + A + 3B) + 2B) + B$

$C4(\sqrt{A}) = A(A(A(A + 2\sqrt{A} + 1) + 3B) + 2B) + B$

$C4(\sqrt{A}) = A(A^2B + 3AB + 2B) + B$

$C4(\sqrt{A}) = A^3B + 3A^2B + 2AB + B$

RELAÇÃO FINAL SIMPLIFICADA

[C4(A, B) = AB(A(A + 3) + 2) + B]
ou
[C4(A, B) = B(A(A(A + 3) + 2) + 1)]

Com A e B quadrados perfeitos consecutivos.

POLINÔMIO C5(L) DE UMA VARIÁVEL PARA DUAS, CONSECUTIVAS
$C5(L) = L^{10} + 2L^9 + 3L^8 + 4L^7 + 5L^6 + 6L^5 + 5L^4 + 4L^3 + 3L^2 + 2L + 1$

Trocando L por √A

$C5(\sqrt{A}) = \sqrt{A}^{10} + 2\sqrt{A}^{9} + 3\sqrt{A}^{8} + 4\sqrt{A}^{7} + 5\sqrt{A}^{6} + 6\sqrt{A}^{5} + 5\sqrt{A}^{4} + 4\sqrt{A}^{3} + 3\sqrt{A}^{2} + 2\sqrt{A} + 1$

$C5(\sqrt{A}) = A^{5} + 2\sqrt{A}^{9} + 3A^{4} + 4\sqrt{A}^{7} + 5A^{3} + 6\sqrt{A}^{5} + 5A^{2} + 4\sqrt{A}^{3} + 3A + 2\sqrt{A} + 1$

$C5(\sqrt{A}) = A^{5} + 2\sqrt{A}^{9} + 3A^{4} + 4\sqrt{A}^{7} + 5A^{3} + 6\sqrt{A}^{5} + 5A^{2} + 4\sqrt{A}^{3} + 3A + 2\sqrt{A} + 1$

$C5(\sqrt{A}) = A^{5} + 2\sqrt{A}^{9} + 3A^{4} + 4\sqrt{A}^{7} + 5A^{3} + 6\sqrt{A}^{5} + 5A^{2} + 4\sqrt{A}^{3} + 2A + B$

$C5(\sqrt{A}) = A(A^{4} + 2\sqrt{A}^{7} + 3A^{3} + 4\sqrt{A}^{5} + 5A^{2} + 6\sqrt{A}^{3} + 5A + 4\sqrt{A} + 2) + B$

$C5(\sqrt{A}) = A(A^{4} + 2\sqrt{A}^{7} + 3A^{3} + 4\sqrt{A}^{5} + 5A^{2} + 6\sqrt{A}^{3} + 3A + 2B) + B$

$C5(\sqrt{A}) = A(A(A^{3} + 2\sqrt{A}^{5} + 3A^{2} + 4\sqrt{A}^{3} + 5A + 6\sqrt{A} + 3) + 2B) + B$

$C5(\sqrt{A}) = A(A(A^{3} + 2\sqrt{A}^{5} + 3A^{2} + 4\sqrt{A}^{3} + 2A + 3B) + 2B) + B$

$C5(\sqrt{A}) = A(A(A(A^{2} + 2\sqrt{A}^{3} + 3A + 4\sqrt{A} + 2) + 3B) + 2B) + B$

$C5(\sqrt{A}) = A(A(A(A(A + 2\sqrt{A} + 1) + 2B) + 3B) + 2B) + B$

COM A E B QUADRADOS PERFEITOS CONSECUTIVOS

$C5(A, B) = A(A(A(AB + 2B) + 3B) + 2B) + B$

$C5(A, B) = A^{4}B + 2A^{3}B + 3A^{2}B + 2AB + B$

$C5(A, B) = B(A(A^{3} + 2A^{2} + 3A + 2) + 1)$

$C5(A, B) = B(A(A(A^{2} + 2A + 3) + 2) + 1)$

$[\ C5(A, B) = B(A(A(A(A + 2)+ 3) + 2) + 1)\ ]$



David Dias Marques,

Entusiasta Matemático e

Colaborador do WebSite Os Fantásticos Números Primos