

Paracuru-CE

Data: 25/07/2026

Autor: David Dias Marques

E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com

Título: 027 - FATORIAL ATRAVÉS DE QUADRADOS PERFEITOS E RAÍZES QUADRADAS

PALAVRAS CHAVES: quadrados perfeitos, raízes quadradas e fatorial.

O fatorial de um número inteiro pode ser representado como o produto da soma de quadrados perfeitos e raízes quadradas?

A forma geral de um fatorial é dada por

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Porém, para a possível demonstração utilizaremos do seguinte modo

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot n$$

Outro fato importante, para obter o que se busca demonstrar é que quando n for par, utilizaremos o 1 nas operações e manipulações. Agora, quando n for ímpar, o 1 não será utilizado nos agrupamentos pares de termos, pois não haverá outro número que com ele seja agrupado. E cuja multiplicação pela sua solidão não alterará o resultado final.

DOIS CASOS POSSÍVEIS

PARA n PAR:

$$2! = 1 \cdot 2 = 1 \cdot (1 + 1) = 1^2 + 1, \text{ que é o mesmo que } (1 + \sqrt{1})$$

PARA n ÍMPAR:

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1 \cdot 2 \cdot (2 + 1) = 2^2 + 2, \text{ que é o mesmo que } (4 + \sqrt{4})$$

DISSO DECORRE TRÊS FATOS:

I. O valor resultante de fatoriais pares surgem a partir do produto da soma de quadrados perfeitos e raízes, ambos igualmente ímpares.

II. O valor resultante de fatoriais ímpares surgem a partir do produto da soma de quadrados perfeitos e raízes, ambos igualmente pares.

III. Fatoriais são resultados do produto de números retangulares.

EXEMPLOS

$$2! = (1 + \sqrt{1}) = 2$$

$$3! = (4 + \sqrt{4}) = 6$$

$$4! = (1 + \sqrt{1}) \cdot (9 + \sqrt{9}) = 24$$

$$5! = (4 + \sqrt{4}) \cdot (16 + \sqrt{16}) = 120$$

$$6! = (1 + \sqrt{1}) \cdot (9 + \sqrt{9}) \cdot (25 + \sqrt{25}) = 720$$

$$7! = (4 + \sqrt{4}) \cdot (16 + \sqrt{16}) \cdot (36 + \sqrt{36}) = 5040$$

$$8! = (1 + \sqrt{1}) \cdot (9 + \sqrt{9}) \cdot (25 + \sqrt{25}) \cdot (49 + \sqrt{49}) = 40320$$

.

.

.

DEMONSTRAÇÃO

PARA n PAR

$$n! = (2k)!$$

Fazendo a expansão do fatorial

$$n! = (2k)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (2k - 3) \cdot (2k - 2) \cdot (2k - 1) \cdot 2k$$

Agrupando de dois em dois

$$n! = (2k)! = (1 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 4) \cdot \dots \cdot [(2k - 3) \cdot (2k - 2)] \cdot [(2k - 1) \cdot 2k]$$

Transformando em produto de uma soma

$$n! = (2k)! = [1 \cdot (1 + 1)] \cdot [3 \cdot (3 + 1)] \cdot \dots \cdot [(2k - 3) \cdot (2k - 3 + 1)] \cdot [(2k - 1) \cdot (2k - 1 + 1)]$$

Resolvendo o produto de uma soma, fazendo a distributiva

$$n! = (2k)! = [1^2 + 1] \cdot [3^2 + 3] \cdot \dots \cdot [(2k - 3)^2 + (2k - 3)] \cdot [(2k - 1)^2 + (2k - 1)]$$

Que é o mesmo que

$$n! = (2k)! = [1 + \sqrt{1}] \cdot [9 + \sqrt{9}] \cdot \dots \cdot [(4k^2 - 12k + 9) + \sqrt{(4k^2 - 12k + 9)}] \cdot [(4k^2 - 2k + 1) + \sqrt{(4k^2 - 2k + 1)}]$$

PARA n ÍMPAR

$$n! = (2k + 1)!$$

Fazendo a expansão do fatorial

$$n! = (2k - 1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2k - 4) \cdot (2k - 3) \cdot (2k - 2) \cdot (2k - 1)$$

Agrupando de dois em dois deixando o 1 de fora

$$n! = (2k - 1)! = 1 \cdot [2 \cdot 3] \cdot [4 \cdot 5] \cdot \dots \cdot [(2k - 6) \cdot (2k - 5)] \cdot [(2k - 4) \cdot (2k - 3)] \cdot [(2k - 2) \cdot (2k - 1)]$$

Transformando em produto de uma soma

$$n! = (2k - 1)! = 1 \cdot [2 \cdot (2 + 1)] \cdot [4 \cdot (4 + 1)] \cdot \dots \cdot [(2k - 6) \cdot (2k - 6 + 1)] \cdot [(2k - 4) \cdot (2k - 4 + 1)] \cdot [(2k - 2) \cdot (2k - 2 + 1)]$$

Resolvendo o produto de uma soma, fazendo a distributiva

$$n! = (2k - 1)! = [2^2 + 2] \cdot [4^2 + 4] \cdot \dots \cdot [(2k - 6)^2 + (2k - 6)] \cdot [(2k - 4)^2 + (2k - 4)] \cdot [(2k - 2)^2 + (2k - 2)]$$

Que é o mesmo que

$$n! = (2k - 1)! = [4 + \sqrt{4}] \cdot [16 + \sqrt{16}] \cdot \dots \cdot [(4k^2 - 24k + 36) + \sqrt{(4k^2 - 24k + 36)}] \cdot [(4k^2 - 16k + 16) + \sqrt{(4k^2 - 16k + 16)}] \cdot [(4k^2 - 8k + 4) + \sqrt{(4k^2 - 8k + 4)}]$$



David Dias Marques,

Entusiasta Matemático e

Colaborador do WebSite Os Fantásticos Números Primos