Paracuru-CE

Data: 17/05/2026

Autor: David Dias Marques

E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com

Título: 024 - TEORIA DAS QUADRAS - SEGUNDA PARTE

PALAVRAS CHAVES: quadra telescópica, dupla vertical ímpar, dupla vertical par, diagrama de setas, 42 combinações de módulos, quadra de quadras, esbelto, ∆seq², teorema vulgar das quadras, módulo do determinante de uma quadra.

QUADRA TELESCÓPICA

No esbelto, dentro de uma quadra de qualquer dos tipos possíveis, com espaçamento maior que duas unidades entre suas duplas verticais, a soma dos elementos das demais duplas verticais em diagonal, situadas no centro da mesma, sendo essas equidistantes das principais, coincide com o teorema vulgar das quadras. E caso haja uma dupla vertical solitária, a soma de seus dois termos coincide com o valor das diagonais da suas quadras que a recobrem.

PRIMEIRO CASO
NÚMERO DE DUPLAS VERTICAIS ÍMPAR

Nas quadras telescópicas, as duplas verticais do centro são escritas em letras minúsculas. Já as da primeira camada são escritas em letras maiúsculas.

$$\begin{array}{ccccccccc}
A & \rightarrow\ldots\rightarrow & f & \rightarrow\ldots\rightarrow & h & \rightarrow\ldots\rightarrow & u & \rightarrow\ldots\rightarrow & H \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
B & \rightarrow\ldots\rightarrow & g & \rightarrow\ldots\rightarrow & j & \rightarrow\ldots\rightarrow & v & \rightarrow\ldots\rightarrow & I
\end{array}$$

Equivalência das diagonais, pelo teorema vulgar das quadras
(A + I) = (H + B) = (f + v) = (u + g) = (h + j)

Veja que (h + j) não se trata de uma diagonal, mas de uma vertical; nada que a soma dos termos de uma dupla vertical. E seu valor coincide com o restante das equivalências diagonais. Neste caso de quadra telescópica, quando houver uma dupla vertical sem par, o valor da soma de seus entes é igual a equivalência das diagonais das demais quadras que a recobrem.

SEGUNDO CASO
NÚMERO DE DUPLAS VERTICAIS PAR

A →...→ f →...→ u →...→H
↓ ↓ ↓ ↓
B →...→ g →...→ v →...→ I

Equivalência das diagonais, pelo teorema vulgar das quadras
(A + I) = (H + B) = (f + v) = (u + g)

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

1.

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Passando para o diagrama de setas
17 → 19 → 21
↓ ↓ ↓
27 → 29 → 31

Equivalência das diagonais, pelo teorema vulgar das quadras
(17 + 31) = (19 + 29) = (21 + 27)
48 = 48 = 48

2.

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Passando para o diagrama de setas

$$\begin{array}{ccccc} 37 & \rightarrow & 41 & \rightarrow & 45 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 85 & \rightarrow & 89 & \rightarrow & 93 \end{array}$$

Equivalência das diagonais, pelo teorema vulgar das quadras
(37 + 93) = (41 + 89) = (45 + 85)
130 = 130 = 130

3.

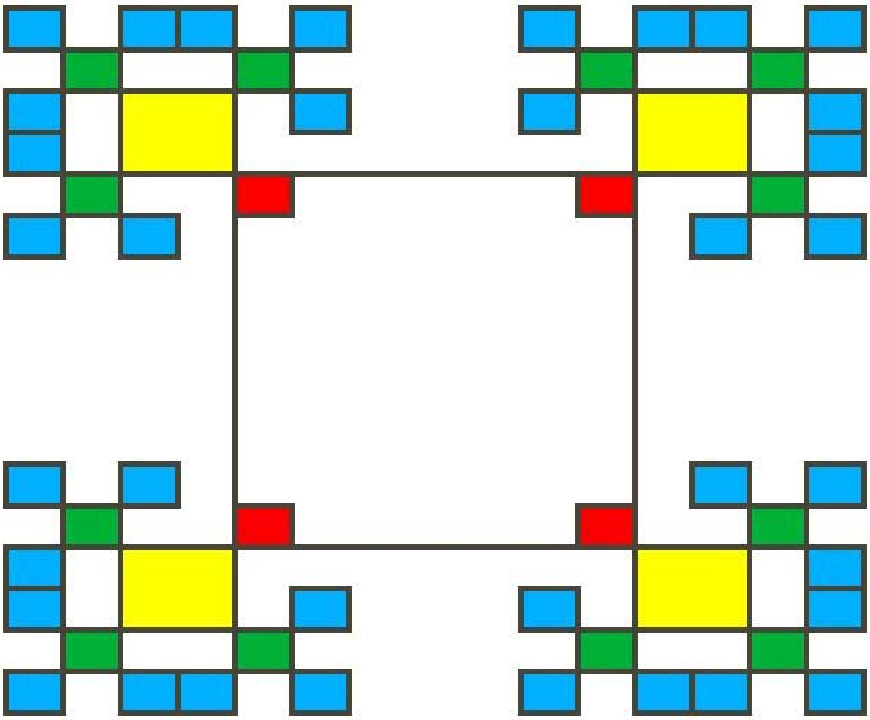
							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Passando para o diagrama de setas

83 → 87 → 91 → 95
↓ ↓ ↓ ↓
203 → 207 → 211 → 215

Equivalência das diagonais, pelo teorema vulgar das quadras
(83 + 215) = (95 + 203) = (87 + 211) = (91 + 207)
(298) = (298) = (298) = (298)

QUADRA DE QUADRAS
São estruturas variáveis em que os elementos não são números diretamente mas quadras. Também é possível a expansão da ideia para quadra de quadras de quadras de . . . de quadras.



Nesta imagem, cada retângulo é uma quadra. E cada vértice de tais retângulos é um número que compõe a quadra.

Seja a estrutura abaixo, um exemplo simples.

$$\begin{tikzcd}
A \arrow[r] \arrow[d] & D \arrow[d] & L \arrow[r] \arrow[d] & K \arrow[d] \\
B \arrow[r] & C \arrow[r] \arrow[d] & Y \arrow[r] \arrow[d] & M \\
T \arrow[r] \arrow[d] & R \arrow[r] \arrow[d] & G \arrow[r] \arrow[d] & H \arrow[d] \\
J \arrow[r] & F & U \arrow[r] & P
\end{tikzcd}$$

Equivalência das diagonais, pelo teorema vulgar das quadras

$$\{[(A + C) + (G + P)] = [(D + B) + (H + U)]\} = \{[(K + Y) + (R + J)] = [(L + M) + (T + F)]\}$$

Exemplo simples extraído do esbelto

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Passando para o diagrama de setas

```
  51 → 53       59 → 61
  ↓       ↓      ↓      ↓
   67 → 69 → 75 → 77
            ↓          ↓
127 → 129 → 135 → 137
 ↓          ↓          ↓         ↓
151 → 153     159 → 161
```

Equivalência das diagonais, pelo teorema vulgar das quadras
{[(53 + 67) + (137 + 159)] = [(51 + 69) + (135 + 161)]} = {[(61 + 75) + (129 + 151) = (59 + 77) + (127 + 153)]}

Primeira parte, lado esquerdo da igualdade
{[(120) + (296)] = [(120) + (296)]}
{[(120) + (296)] = [(120) + (296)]}
{(120) + (296) = (120) + (296)}
{(416) = (416)}

Segunda parte, lado direito da igualdade
{[(61 + 75) + (129 + 151)] = [(59 + 77) + (127 + 153)]}
{[(136) + (280)] = [(136) + (280)]}
{(416) = (416)}

PECULIARIDADES DE UM DETERMINANTE DE UMA MATRIZ QUADRADA FORMADA A PARTIR DOS ENTES DE UMA QUADRA

Ainda pensando sobre o que mais poderia fazer aos entes de uma quadra qualquer, deu-me em mim o lampejo de ver o que ocorreria se relacionasse o módulo da diferença das duplas verticais, o módulo das duplas horizontais e o módulo das diferenças das duplas diagonais, d1 e d2. Depois, busquei comparar alguns dos valores obtidos com o determinante de uma matriz quadrada, feita com os mesmos entes da quadra, na ordem tal qual havia sido extraída do objeto do esbelto. Literalmente apenas colocando a quadra entre duas barras paralelas ou colchetes. Seja a estrutura abaixo uma quadra qualquer do esbelto.

$$\begin{array}{ccc} A & \rightarrow & C \\ \downarrow & & \downarrow \\ B & \rightarrow & D \end{array}$$

O módulo da diferença dos entes de uma dupla, seja ela vertical ou horizontal, coincidem com o valor resultante do módulo da diferença da sua dupla simétrica.

Módulos verticais esquerdo e direito
$|A - B| = |C - D|$

Módulos horizontais superior e inferior
$|A - C| = |B - D|$

O módulo das seguintes diferenças entre os termos em diagonais sempre serão diferentes.
$|A - D| \neq |C - B|$

Porém, o produto de um módulo vertical por um módulo horizontal é igual a soma dos módulos das diagonais. Isso quando se trata de uma quadra com duplas verticais que estão distantes duas unidades, ou 2^1.
(|A - B| = |C - D|)•(|A - C| = |B - D|) = (|A - D| + |C - B|)

E tal afirmação coincide com o módulo do determinante de uma matriz quadrada, cujos elementos são os entes da quadra em questão.
Chamemos a matriz da quadra do exemplo de R.
O |det(R)| = [A•D - C•D]
Logo, |det(R)| = (|A - B| = |C - D|) • (|A - C| = |B - D|) = (|A - D| + |C - B|)

EXEMPLO

$$\begin{array}{ccc} 5 & \rightarrow & 7 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 11 & \rightarrow & 13 \end{array}$$

1. Módulo de diferenças verticais possíveis e iguais, entre os entes do perímetro da quadra.
|7 - 13| = 6
|5 - 11| = 6

2. Módulo das diferenças horizontais possíveis e iguais, entre os entes do perímetro da quadra.
|5 - 7| = 2
|11 - 13| = 2

3. Módulo das diferenças diagonais possíveis.
|5 - 13| = 8
|7 - 11| = 4

4. Tratando a quadra como um objeto geométrico, mais precisamente um retângulo, é possível multiplicar 2 por 6 e obter 12. E tal valor seria a área de um retângulo.

5. O MÓDULO DO DETERMINANTE de uma matriz quadrada com valores coincidentes com os termos da quadra do exemplo, na mesma ordem, é igual a 12.
|det(R)| = |(5•13) - (7•11)| = |- 12| = 12
O mesmo que fazer as seguintes combinações, igualmente equivalentes, com os módulos das diferenças de cada tipo de dupla.

1. Dupla vertical direita versus dupla horizontal superior
|det(R)| = |7 - 13|•|5 - 7| = 6•2 = 12

2. Dupla vertical direita versus dupla horizontal inferior
|det(R)| = |7 - 13|•|11 - 13| = 6•2 = 12

3. Dupla vertical esquerda versus dupla horizontal superior
|det(R)| = |5 - 11|•|5 - 7| = 6•2 = 12

4. Dupla vertical esquerda versus dupla horizontal inferior
|det(R)| = |5 - 11|•|11 - 13| = 6•2 = 12

E a última possibilidade percebida é a soma do módulo da diferenças das duplas de entes em diagonal, d1 e d2.
|det(R)| = |d1| + |d2|
E de modo mais descritivo, temos
|det(R)| = |5 - 13| + |7 - 11| = 8 + 4 = 12
Para matrizes quadradas de ordem maior que 2(ou 2×2), o determinante sempre será 0, pois os valores dos termos que continuem tal matriz são proporcionais entre si.

SOBRE A IGUALDADE ENTRE O VALOR DA SOMA DOS MÓDULOS DAS DIFERENÇAS DOS ENTES EM DIAGONAL DE UMA QUADRA E SEU DETERMINANTE

PRIMEIRO, a soma dos módulos das diagonais é igual ao produto entre um módulo horizontal e um módulo vertical, se a distância entre as duplas verticais, que compõem uma quadra qualquer, for igual a 2.
Seja a quadra qualquer abaixo uma representação visual simples do que se diz acima.

A → C
↓   ↓
B → D
O mesmo que
A → (A + 2)
↓   ↓
B → (B + 2)

SEGUNDO, a soma dos módulos das diagonais será diferente do produto entre um módulo horizontal e um módulo vertical, quando a distância entre as duplas verticais, que compõem uma quadra qualquer, for maior ou igual 4.
Seja a quadra qualquer abaixo uma representação visual simples do que se tentou dizer acima.

A → E
↓ ↓
B → F

Ou ainda, quadras dos tipo, em sequência
Distância de 4 unidades

A → (A + 4)
↓ ↓
B → (B + 4)

Distância de 6 unidades

A → (A + 6)
↓ ↓
B → (B + 6)

Distância de 6 unidades

A → (A + 8)
↓ ↓
B → (B + 8)
.
.
.

Distância de 2u unidades, com u pertencente aos naturais maior ou igual a 1.

A → (A + 2u)
↓ ↓
B → (B + 2u)

De modo geral

$$\begin{array}{ccc} (4 \cdot n^2 + 1) & \rightarrow & [(4 \cdot n^2 + 1) + 2u] \\ \downarrow & & \downarrow \\ (4 \cdot (n^2 + n) + 3) & \rightarrow & \{[4 \cdot (n^2 + n) + 3] + 2u\} \end{array}$$

ou ainda

$$\begin{array}{ccc} (4n^2 + 1) & \rightarrow & (4n^2 + 2u + 1) \\ \downarrow & & \downarrow \\ (4n^2 + 4n + 3) & \rightarrow & (4n^2 + 4n + 2u + 3) \end{array}$$

MÓDULOS VERTICAIS DIREITO E ESQUERDO

1.
$|(4n^2 + 1) - (4n^2 + 4n + 3)|$
$|4n^2 + 1 - 4n^2 - 4n - 3|$
$|1 - 4n - 3|$
$|- 4n - 2|$
$|-2(2n + 1)|$

Como o módulo de um produto é o produto dos módulos ($|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$). E $|-2| = 2$, temos:

$|-2| \cdot |(2n + 1)|$, logo
$2|2n + 1|$

2.
$|(4n^2 + 2u + 1) - (4n^2 + 4n + 2u + 3)|$
$|4n^2 + 2u + 1 - 4n^2 - 4n - 2u - 3|$
$|- 4n + 1 - 3|$
$|- 4n - 2|$
$|-2(2n + 1)|$

Como o módulo de um produto é o produto dos módulos ($|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$). E $|-2| = 2$, temos:

$|-2| \cdot |(2n + 1)|$, logo
$2|2n + 1|$

MÓDULOS HORIZONTAIS

3.
$|(4n^2 + 1) - (4n^2 + 2u + 1)|$
$|4n^2 + 1 - 4n^2 - 2u - 1|$
$|1 - 2u - 1|$
$|- 2u|$
Que nada mais é do que 2u, pois u é um número positivo.

4.
$|(4n^2 + 4n + 3) - (4n^2 + 4n + 2u + 3)|$
$|4n^2 + 4n + 3 - 4n^2 - 4n - 2u - 3|$
$|3 - 2u - 3|$
$|- 2u|$
Que nada mais é do que 2u, pois u é um número positivo.

MÓDULOS DIAGONAIS

5.
$|(4n^2 + 1) - (4n^2 + 4n + 2u + 3)|$
$|4n^2 + 1 - 4n^2 - 4n -2u - 3|$
$|1 - 4n - 2u - 3|$
$|- 4n - 2u - 2|$
$|- 2(2n + u + 1)|$

Como o módulo de um produto é o produto dos módulos ($|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$). E $|-2| = 2$, temos:

$|- 2|\cdot|(2n + u + 1)|$, logo
$2|2n + u + 1|$

6.
$|(4n^2 + 2u + 1) - (4n^2 + 4n + 3)|$
$|4n^2 + 2u + 1 - 4n^2 - 4n - 3|$
$|2u + 1 - 4n - 3|$
$|2u - 4n - 2|$
$|- 2(2n - u + 1)|$

Como o módulo de um produto é o produto dos módulos ($|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$). E $|-2| = 2$, temos:

$|-2|\cdot|(2n - u + 1)|$, logo
$2|2n - u + 1|$

Disso tiramos que os módulos das diagonais serão sempre diferentes e os módulos verticais serão iguais, assim como os módulos das horizontais terão os mesmo valores. No entanto, apenas quando a distância entres as duas duplas verticais de uma quadra for 2, é que a soma dos módulos das diagonais coincidirá com o produto de um módulo horizontal por um módulo vertical, que por sua vez será igual ao módulo do determinante da quadra em questão. E tal distanciamento ocorre de dois em dois valores.

$2|2n + u + 1| + 2|2n - u + 1| = 2|2n + 1|\cdot 2u = |\det(R)|$
ou de modo mais simples
$2(|2n + u + 1| + |2n - u + 1|) = 4u|2n + 1| = |\det(R)|$
Mas como $n, u > 0$, então
$2[(2n + u + 1) + (2n - u + 1)] = 4u(2n + 1) = |\det(R)|$
$4(2n + 1) = 4u(2n + 1) = |\det(R)|$
E de forma simplificada
$[\ \ 4(2n + 1) = 4u(2n + 1) = |\det(R)|\ \ ]$
A igualdade se manterá quando $n, u = 1$.
Porém, para $u \geq 2$
$[\ \ 4(2n + 1) \neq 4u(2n + 1) = |\det(R)|\ \ ]$

DETERMINANTE DE R - det(R)

Seja a quadra qualquer abaixo o modelo que fundamentou matriz cujo determinante estamos analisando

$$\begin{array}{ccc} (4n^2 + 1) & \rightarrow & (4n^2 + 2u + 1) \\ \downarrow & & \downarrow \\ (4n^2 + 4n + 3) & \rightarrow & (4n^2 + 4n + 2u + 3) \end{array}$$

Imagem aqui da quadra posta em forma matricial

$\det(R) = (4n^2 + 1)\cdot(4n^2 + 4n + 2u + 3) - (4n^2 + 2u + 1)\cdot(4n^2 + 4n + 3)$
[$\det(R) = - 4u(2n + 1)$]
E o seu módulo é
$|\det(R)| = |- 4u(2n + 1)|$
Como n, u sempre serão positivos, temos que
$|\det(R)| = |- 4u(2n + 1)|$, logo
[$|\det(R)| = 4u(2n + 1)$]

OUTRA FORMA DE ENTENDER O DETERMINANTE DE UMA QUADRA

$|\det(R)| = 4u(2n + 1)$
Como o valor de n coincide com o valor da raiz quadrada do menor quadrado perfeito do agrupamento. E sabendo que tal raiz é dada por $n = \sqrt{(q - 1)}$, pode-se substituir o n de $4u(2n + 1)$ por $\sqrt{(q - 1)}$ sem muitos problemas.
Logo
$|\det(R)| = 4u(2\sqrt{(q - 1)} + 1)$
Onde q é o primeiro e menor termo do agrupamento.

CONSTANTE DE UM AGRUPAMENTO QUALQUER
Todas e qualquer quadra de um agrupamento, natural ou de combinação, está associada a uma constante própria do mesmo. E o módulo do seu determinante é divisível por tal valor comum.
Sequência contendo as primeiras constantes dos agrupamentos iniciais
{12, 20, 28, 36,...}
Para o primeiro agrupamento, que é unitário, por possuir apenas uma quadra, é 12. Para o segundo é 20. Para o terceiro é 28. Para o quarto é 36. E assim por diante, seguindo a fórmula recursiva.
Dissecando os valores obtidos
$12 = 4\cdot3$
$20 = 4\cdot5$
$28 = 4\cdot7$
$36 = 4\cdot9$
.
.
.

Outra forma de ver

4•(1 + 2)
4•(1 + 2 + 2)
4•(1 + 2 + 2 + 2)
4•(1 + 2 + 2 + 2 + 2)
.
.
.

$$4\left(1+\sum_{i=1}^{n}\left[2\right]\right)$$

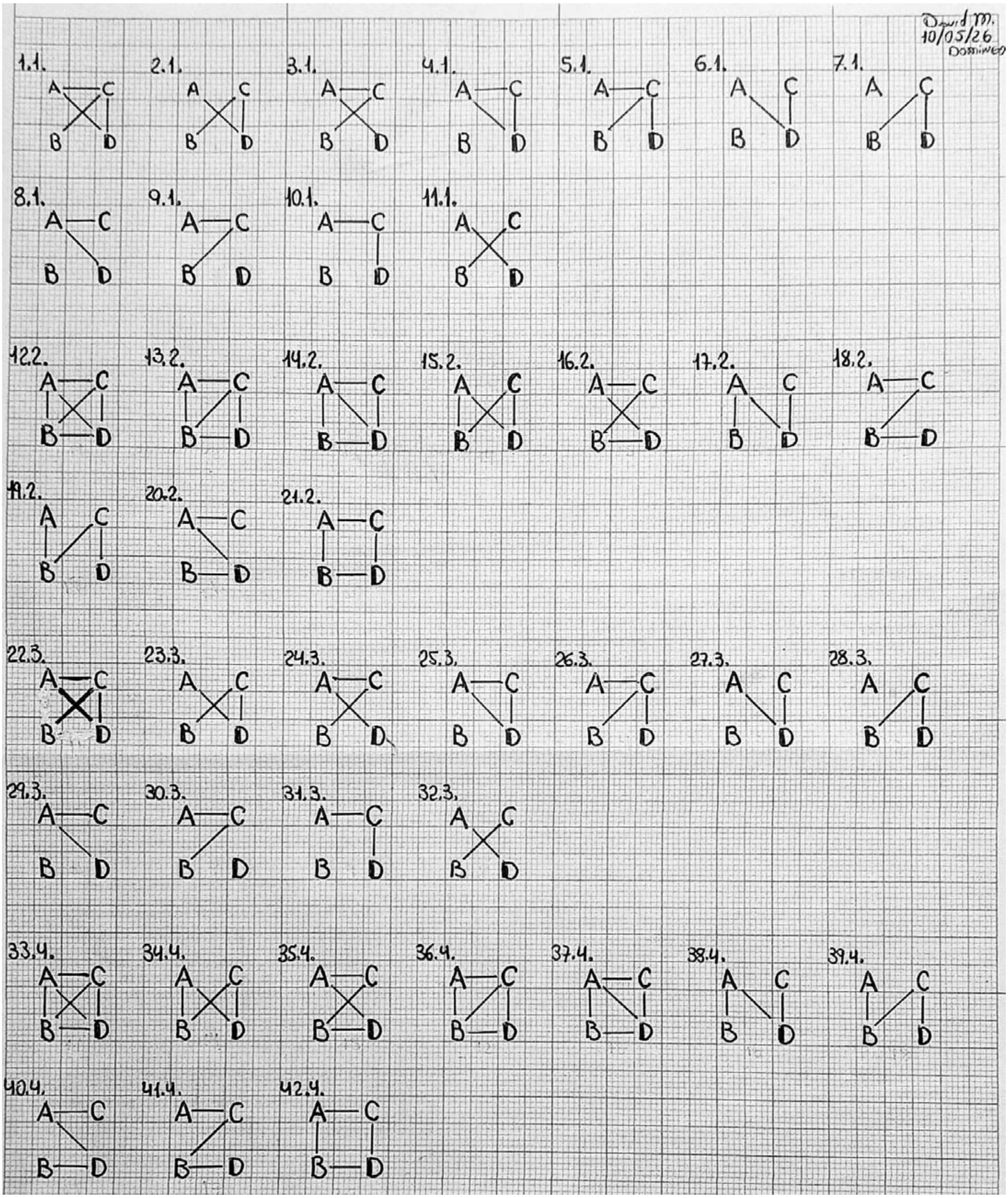
E de modo geral, resolvendo o somatória, obtemos
[8n + 4]
Onde n é um número inteiro positivo maior igual a 1. Mas, n também é √(q - 1).
Onde q é o primeiro termo da primeira quadra própria da dupla horizontal superior.
Trocando n por sua equivalência, obtemos
[8√(q - 1) + 4], ou [4(2√(q - 1) + 1)]

SOBRE A CONSTANTE E MÓDULO DO DETERMINANTE

O módulo do determinante de uma quadra qualquer sempre será divisível pela constante do agrupamento, pois tal módulo é múltiplo da mesma.
|det(R)|/k = u, onde k = |d1| + |d2|
ou ainda
4u(2n + 1)/4(2n + 1) = u
Sendo u a metade do valor do distanciamento entre as duas duplas verticais que constituem a quadra.

A CONJECTURA INFINITA DE UMA PERGUNTA IMPRONUNCIÁVEL

A imagem logo abaixo mostra, de forma geométrica, através de arestas e diagonais de uma quadra qualquer, o que foi feito para obter os valores que estarão evidenciados em lista. Os módulos das diferenças dos números serão utilizados para encontrar as relações enumeradas mais abaixo. A lista contém quarenta e duas combinações, as mais simples, obtidas pela soma, em outras pelo produto, através dos módulos de uma quadra qualquer.


David M.
10/05/26
Domingo
1.1.
2.1.
3.1.
4.1.
5.1.
6.1.
7.1.
8.1.
9.1.
10.1.
11.1.
12.2.
13.2.
14.2.
15.2.
16.2.
17.2.
18.2.
19.2.
20.2.
21.2.
22.3.
23.3.
24.3.
25.3.
26.3.
27.3.
28.3.
29.3.
30.3.
31.3.
32.3.
33.4.
34.4.
35.4.
36.4.
37.4.
38.4.
39.4.
40.4.
41.4.
42.4.

As relações principais mais simples são:

1. $|v| + |h| + |d1| + |d2|$
2. $2|v| + 2|h| + |d1| + |d2|$
3. $|v| \cdot |h| \cdot |d1| \cdot |d2|$
4. $|v|^2 \cdot |h|^2 \cdot |d1| \cdot |d2|$

1. SOMA DOS MÓDULOS DO PERÍMETRO MAIS MÓDULOS DIAGONAIS

NÚMERO PRINCIPAL DA SOMA

1.1. $|v| + |h| + |d1| + |d2| = 2[3(2n + 1) + u]$

NÚMEROS SECUNDÁRIOS

2.1. $|v| + |d1| + |d2| = 6(2n + 1)$
3.1. $|h| + |d1| + |d2| = 2(4n + u + 1)$
4.1. $|v| + |h| + |d1| = 4(2n + u + 1)$
5.1. $|v| + |h| + |d2| = 4(2n + 1)$

NÚMEROS TERCIÁRIOS

6.1. $|v| + |d1| = 2[2(2n + 1) + u]$
7.1. $|v| + |d2| = 2[2(2n + 1) - u]$
8.1. $|h| + |d1| = 2[2(n + u) + 1]$
9.1. $|h| + |d2| = 2(2n + 1)$
10.1. $|v| + |h| = 2(2n + u + 1)$
11.1. $|d1| + |d2| = 4(2n + 1)$

Observe que

$|v| + |h| + |d2| = |d1| + |d2| = 4(2n + 1)$

2. SOMA DOS DOBROS DOS MÓDULOS DO PERÍMETRO MAIS MÓDULOS DIAGONAIS

NÚMERO PRINCIPAL DA SOMA TOTAL

12.2. $2|v| + 2|h| + |d1| + |d2| = 4[2(2n + 1) + u]$

NÚMEROS SECUNDÁRIOS

13.2. $2|v| + 2|h| + |d2| = 2[3(2n + 1) + u]$
14.2. $2|v| + 2|h| + |d1| = 6(2n + 1 + u)$
15.2. $2|v| + |d1| + |d2| = 8(2n + 1)$
16.2. $2|h| + |d1| + |d2| = 4(2n + 1 + u)$

NÚMEROS TERCIÁRIOS
17.2. $2|v| + |d1| = 2[2(3n + 1) + u]$
18.2. $2|h| + |d2| = 2(2n + 1 + u)$
19.2. $2|v| + |d2| = 2[3(2n + 1) - u]$
20.2. $2|h| + |d1| = 2(2n + 3u + 1)$
21.2. $2|v| + 2|h| = 4(2n + 1 + u)$
$|d1| + |d2|$ (Repete-se, não contar)

3. PRODUTO DOS MÓDULOS DO PERÍMETRO E MÓDULOS DIAGONAIS

NÚMERO PRINCIPAL
22.3. $|v| \cdot |h| \cdot |d1| \cdot |d2| = 16u(2n + 1)[(2n + 1)^2 - u^2]$

NÚMEROS SECUNDÁRIOS
23.3. $|v| \cdot |d1| \cdot |d2| = 8(2n + 1)[(2n + 1)^2 - u^2]$
24.3. $|h| \cdot |d1| \cdot |d2| = 8u[(2n + 1)^2 - u^2]$
25.3. $|v| \cdot |h| \cdot |d1| = 8u[2n(2n + u + 2) + (u + 1)]$
26.3. $|v| \cdot |h| \cdot |d2| = 8u[(2n + 1)(2n - u) + 1]$

NÚMEROS TERCIÁRIOS
27.3. $|v| \cdot |d1| = 4(2n + 1)(2n + u + 1)$
28.3. $|v| \cdot |d2| = 4(2n + 1)(2n - u + 1)$
29.3. $|h| \cdot |d1| = 4u(u + 2n + 1)$
30.3. $|h| \cdot |d2| = 4u(2n - u + 1)$
31.3. $|v| \cdot |h| = 4u(2n + 1)$
32.3. $|d1| \cdot |d2| = 4[(2n + 1)^2 - u^2]$

4. QUADRADO DOS MÓDULOS DO PERÍMETRO E MÓDULOS DIAGONAIS

NÚMERO PRINCIPAL
33.4. $|v|^2 \cdot |h|^2 \cdot |d1| \cdot |d2| = 4u^2(4n + 2)^2 [(4n + 2)^2 - 4u^2]$

NÚMEROS SECUNDÁRIOS
34.4. $|v|^2 \cdot |d1| \cdot |d2| = 16(2n+1)^2 [(2n+1)^2 - u^2]$
35.4. $|h|^2 \cdot |d1| \cdot |d2| = 16u^2[(2n + 1)^2 - u^2]$
36.4. $|v|^2 \cdot |h|^2 \cdot |d2| = 32u^2(2n + 1)^2(2n - u + 1)$
37.4. $|v|^2 \cdot |h|^2 \cdot |d1| = 32u^2(2n + 1)^2(2n + u + 1)$

NÚMEROS TERCIÁRIOS

38.4. $|v|^2 \cdot |d1| = 8(2n+1)^2(2n + u + 1)$
39.4. $|v|^2 \cdot |d2| = 8(2n + 1)^2(2n - u + 1)$
40.4. $|h|^2 \cdot |d1| = 8u^2(u + 2n + 1)$
41.4. $|h|^2 \cdot |d2| = 8u^2(2n - u + 1)$
42.4. $|v|^2 \cdot |h|^2 = 16u^2(2n + 1)^2$
$|d1| \cdot |d2|$ (Repete-se, não contar)

APLICANDO CONCEITOS DE DIVISÃO A UMA QUADRA QUALQUER

E se entendêssemos uma quadra qualquer como uma divisão, sem alterar a disposição natural dos números, onde (C) está fixado, respectivamente, na chave da divisão, como o divisor da mesma. E se isso for possível, se este pensamento estiver correto, qual seria o valor que (k) deveria assumir, para que quando somado a (A), e subtraído de (CD), deixasse resto (B)?
Sendo (A + K) o dividendo, (B) o resto, (C) o divisor e (D) o quociente.

Seja a representação abaixo uma quadra qualquer

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r] \arrow[d] & C \arrow[d] \\ B \arrow[r] & D \end{tikzcd}$$

Imagem 1

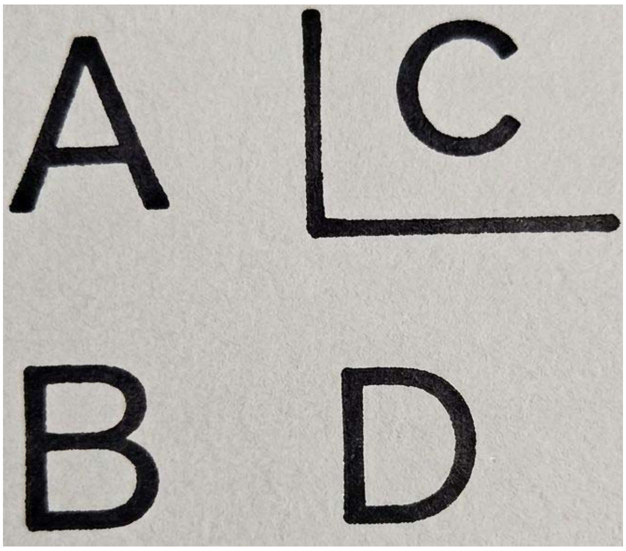
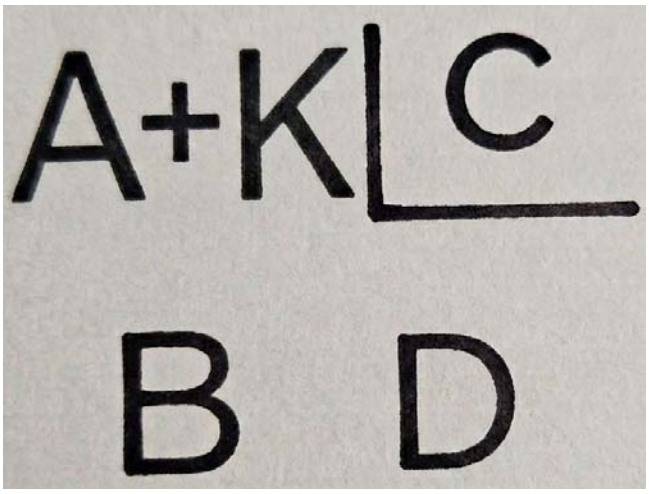


Imagem 2



Quadra qualquer com suas formas de Fermat

$$\begin{array}{ccc} [4n^2 + 1] & \rightarrow & [(4n^2 + 1) + 2u] \\ \downarrow & & \downarrow \\ [4(n^2 + n) + 3] & \rightarrow & [(4(n^2 + n) + 3) + 2u] \end{array}$$

A expressão predita pela sentença
$K = CD + B - A$

Substituição das letras pelas respectivas expressões de Fermat adaptadas.
$K = [(4n^2 + 1) + 2u] \bullet \{[4(n^2 + n) + 3] + 2u\} + [4(n^2 + n) + 3] - (4n^2 + 1)$

Desenvolvimento
$K = 16n^4 + 16n^3 + 16(u + 1)n^2 + 8(u + 1)n + (4u^2 + 8u + 5)$

Simplificação
$[\ K = 4(2n^2 + n + u + 1)^2 + 1\ ]$

Veja como é lindo e curioso este resultado, tanto A como K são números da forma $4k + 1$. Ou seja, a soma de quadrados perfeitos. Observe também que de o valor de K muda de uma quadra para outra, pois é u é variável entre as quadras; já n, porém, é um valor constante do agrupamento.

David Dias Marques,

Entusiasta Matemático e

Colaborador do WebSite Os Fantásticos Números Primos