

Paracuru-CE

Data: 28/04/2026

Autor: David Dias Marques

E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com

Título: 023 - TEORIA DAS QUADRAS - PRIMEIRA PARTE

PALAVRAS CHAVES:

Interquadra, Intraquadra, quadra estranha, própria, imprópria, dupla vertical, dupla horizontal, esbelto, Δ_{seq^2} , quadra central, agrupamento estranho, quadra estranha.

TEOREMA DAS INTERQUADRAS

Em um agrupamento qualquer do triângulo esbelto, com um número maior que duas duplas verticais, toda possibilidade de combinação que resulte em uma quadra, muito além das próprias e impróprias, desde que não altere a organização natural em que se apresentam tais duplas, as quais estão organizadas em colunas, comprova o teorema vulgar das quadras.

O QUE É UMA INTERQUADRA?

É toda possibilidade de formação de quadras mediante combinação de duplas verticais, dentro de um agrupamento qualquer. Desde que não haja uma rotação no eixo x de tais duplas.

O QUE É O TEOREMA DAS INTERQUADRAS?

É uma expansão do teorema vulgar das quadras. Perceba, em um agrupamento qualquer, com um número de quadras próprias maior igual a dois, é possível fazer (n) combinações de duas em duas colunas, de dois entes, com a finalidade de obter quadras além da configuração das próprias e impróprias.

O QUE ESSE TEOREMA REVELA?

Ele nos mostra que todos os entes, em dupla vertical, do triângulo "esbelto" estão perfeitamente harmonizados em suas estruturas algébricas, isso dentro de um mesmo agrupamento. E de tal modo isso é verdade, que, sempre será verdadeiro o teorema vulgar das quadras.

O QUE É UMA DUPLA VERTICAL?

Consiste na metade de uma quadra qualquer. Ou seja, quando essa é seccionada de cima para baixo; verticalmente.

O QUE É UMA QUADRA INVERSA?

A inversão de uma quadra se dá de dois modos. E isso quer dizer que uma quadra possui duas inversões possíveis. De modo a não romper com o teorema vulgar das quadras.

11/04/26: SAB
David Dias Marques

Exemplo de aplicação moderna
Apareamento com 4 duplas verticais.

```

    A → C → E → G
    ↓   ↓   ↓   ↓
    B → D → F → H
    
```

Demarcando as quadras próprias

```

    A → C → E → G
    ↓   ↓   ↓   ↓
    B → D → F → H
    
```

Marcando a quadra imprópria

```

    A → C → E → G
    ↓   ↓   ↓   ↓
    B → D → F → H
    
```

Posterior j=3.

Através de setas demarcaremos as interquadras possíveis.
Lembrando: deve-se obter apenas um sentido para cada uma.
O sentido oposto gera as interquadras inversas.

```

    A → C → E → G
    ↓   ↓   ↓   ↓
    B → D → F → H
    
```

OBS.: Não repete quadras.
Todo o estudo está restrito aos apareamentos.
Muito embora seja possível expandir para todo o esboço.

Quadras próprias: 2

```

    A → C      E → G
    ↓   ↓      ↓   ↓
    B → D      F → H
    
```

Quadras impróprias: 1

```

    C → E
    ↓   ↓
    D → F
    
```

Interquadras: 3

```

    A → E      A → G      C → G
    ↓   ↓      ↓   ↓      ↓   ↓
    B → F      B → H      D → H
    
```

Inversas: 6

As inversas nada mais são que a mudança de posição de uma dupla vertical com a outra de uma quadra qualquer.

```

    O ← M
    ↓   ↓
    P ← N
    
```

Exemplo de quadra inversa
Tomamos a quadra própria como exemplo
Sua inversa é:

Para melhor entender, tomemos a quadra abaixo, como um exemplo simples. E a mesma está em sua forma natural: à semelhança das PRÓPRIAS.

$A \rightarrow C$

↓ ↓

$B \rightarrow D$

A PRIMEIRA INVERSÃO vem das INTERQUADRAS, que ocorrem entre as duplas verticais, trocando uma pela outra. Entenda vertical por eixo y. Logo, interquadra de inversão é uma quadra rotacionada no eixo y.

Desse modo, obtemos:

$C \leftarrow A$

↓ ↓

$D \leftarrow B$

Perceba que as setas indicam que houve uma inversão de interquadra.

A SEGUNDA INVERSÃO vem das INTRAQUADRAS, que ocorrem entre as duplas horizontais, trocando uma pela outra. Entenda horizontal por eixo x. Logo, intraquadra de inversão é uma quadra rotacionada no eixo x.

Desse modo, obtemos:

$$B \rightarrow D$$

↑ ↑

$$A \rightarrow C$$

Observe que o valor das diagonais se mantém inalterado. Assim, $d_1 = d_2$. As intraquadras serão estudadas mais à frente.

UMA BREVE REFLEXÃO

É perceptível que se negarmos o teorema vulgar das quadras e apenas mudarmos as letras para posições aleatórias, mediante vontade e gosto, ainda assim a média das quatro seria o valor constatado pelas diagonais. O que perderíamos com isso seria a riqueza dos detalhes dos padrões possíveis criados e possibilitados pela simetria de tal teorema simples. Não romper com o mesmo é aprofundar-se um pouco mais, a cada novo olhar, em detalhes fundamentais e maravilhosos.

Há outras inversas, que são as inversas das inversas, mas aqui partimos de um referencial; não a simples aplicação das inversões, o que seria bem possível.

NÚMERO DE INTERQUADRAS POSSÍVEIS DENTRO DE UM AGRUPAMENTO QUALQUER

O menor agrupamento do triângulo esbelto consiste em uma única quadra. A quadra em questão é a $\{[5 \rightarrow 7], [11 \rightarrow 13]\}$. Veja, uma quadra unitária qualquer pode ser representada de três formas. A primeira, de modo natural, tal como está no objeto do esbelto, em estado de própria. A segunda representação é sua forma de interquadra inversa, em que foi mudada a ordem das duplas verticais, o que mantém o teorema vulgar das quadras verdadeiro. A terceira, também inversa, consiste na troca de uma dupla horizontal superior pela inferior, gerando assim uma intraquadra. Nessa última, o teorema vulgar das quadras ainda se mantém condizente com sua verdade.

PRIMEIRA QUADRA

Quadra unitária de estrutura natural ou própria

$A \rightarrow C$

↓ ↓

$B \rightarrow D$

SEGUNDA QUADRA

Interquadra de inversão.

$C \leftarrow A$

↓ ↓

$D \leftarrow B$

Neste caso, cuja inversão se dá com uma rotação de 180° no eixo y, a inversa constitui uma INTERQUADRA.

TERCEIRA QUADRA

Intraquadra de inversão

$B \rightarrow D$

↓ ↓

$A \rightarrow C$

Neste caso, cuja inversão se dá com uma rotação de 180° no eixo x, a inversa constitui uma INTRAQUADRA.

QUADRAS E INTERQUADRAS POSSÍVEIS EM UM AGRUPAMENTO COM QUATRO DUPLAS VERTICAIS.

Seja a estrutura um exemplo de agrupamento qualquer simples

$A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G$

↓ ↓ ↓ ↓

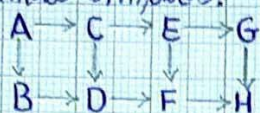
$B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H$

OBSERVAÇÃO

É preciso ter um certo cuidado, quando for construir as quadras possíveis de um agrupamento, para não repetir as mesmas. Caso não, acontecerá de uma quadra coincidir com o inverso de outra. Por essa razão é interessante compor todas as quadras, após enfatizar todas as próprias e impróprias, circulando-as ou fechando-as em um quadrado, seguindo um único sentido de construção.

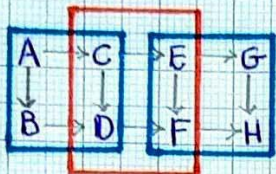
Dissecação de um agrupamento em quadras possíveis

Exemplo simples:

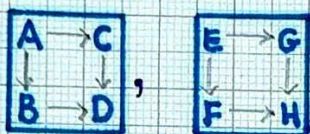


250

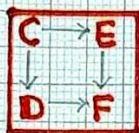
1ª Marcação das quadras próprias e impróprias.



Quadras próprias:

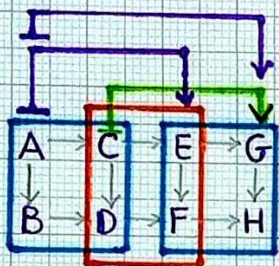


Quadra imprópria:



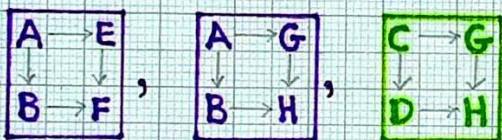
00

2ª Marcação das interquadras.



50

São estas as interquadras:



Do exemplo acima enfatizamos DUAS QUADRAS PRÓPRIAS

$A \rightarrow C$

↓ ↓

$B \rightarrow D$

$E \rightarrow G$

↓ ↓

$F \rightarrow H$

UMA QUADRA IMPRÓPRIA

$C \rightarrow E$

↓ ↓

$D \rightarrow F$

Isso era o que sabíamos até o estudo anterior. No entanto, através da imaginação e de uma mente incansável de buscar padrões, vislumbrei as INTERQUADRAS. E neste presente estudo vamos nos aventurar por tais estruturas muito intrigantes.

Abaixo seguem alguns exemplos de composições de interquadras, sem perder o foco dos estudos anteriores. Afinal, cada um fundamenta o seguinte.

INTERQUADRAS POSSÍVEIS.

É importante SALIENTAR, que, na contagem das interquadras, adiciona-se, também, o número de quadras próprias, impróprias e inversas.

EXEMPLO 1

Um agrupamento com duas duplas verticais

$A \rightarrow C$

↓ ↓

$B \rightarrow D$

Duas quadras possíveis, contando com a própria quadra do exemplo.

EXEMPLO 2

Um agrupamento com quatro duplas verticais

$A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G$

↓ ↓ ↓ ↓

$B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H$

INTERQUADRAS POSSÍVEIS

PRIMEIRO

Deve-se definir enfatizar as próprias e as impróprias.

Da estrutura acima temos: DUAS QUADRAS PRÓPRIAS

$A \rightarrow C$

↓ ↓

$B \rightarrow D$

$E \rightarrow G$

↓ ↓

$F \rightarrow H$

Da estrutura acima temos: UMA QUADRA IMPRÓPRIA

$C \rightarrow E$

↓ ↓

$D \rightarrow F$

SEGUNDO

Deve-se enfatizar, em um único sentido, todas as possibilidades para cada dupla vertical. Evitando, sem perceber, enumerar uma interquadra que seja a inversa de outra. Que são as inversas coincidentes.

As demais quadras construídas logo abaixo são as INTERQUADRAS, propriamente ditas.

Interquadras da dupla vertical $\{[A \rightarrow B]\}$

$A \rightarrow E$

↓ ↓

$B \rightarrow F$

$A \rightarrow G$

↓ ↓

$B \rightarrow H$

Interquadra da dupla vertical $\{[C \rightarrow D]\}$

$C \rightarrow G$

↓ ↓

$D \rightarrow H$

INFORMAÇÕES DESTILADAS

Desta breve análise chegamos a conclusão que temos 2 quadras próprias, 1 quadra imprópria e 3 interquadras. Totalizando 6 quadras, no geral. Porém, cada uma admite tornar-se uma interquadra pela pura inversão entre suas duplas verticais. Onde a ordem dos termos das duplas não pode ser alterada. Para que não se perca a verdade do teorema vulgar das quadras.

Se cada quadra admite uma inversão de interquadra, e são 6, então o número de inversas é 6 também. Logo, o total de quadras é 12.

EXEMPLO 3

Um agrupamento com seis duplas verticais

$A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow I \rightarrow L$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

$B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow J \rightarrow M$

INTERQUADRAS POSSÍVEIS

PRIMEIRO

Deve-se definir, enfatizar, as próprias e as impróprias.

Três quadras próprias

$A \rightarrow C$

↓ ↓

$B \rightarrow D$

$E \rightarrow G$

↓ ↓

$F \rightarrow H$

$I \rightarrow L$

↓ ↓

$J \rightarrow M$

Duas quadras impróprias

$C \rightarrow E$

↓ ↓

$D \rightarrow F$

$A \rightarrow E$

↓ ↓

$B \rightarrow F$

SEGUNDO

Deve-se enfatizar, em um único sentido, todas as possibilidades para cada dupla vertical. Evitando possíveis inversas coincidentes.

DEMAIS QUADRAS POSSÍVEIS

Interquadras da dupla vertical $\{[A \rightarrow B]\}$

$A \rightarrow E$

↓ ↓

$B \rightarrow F$

$A \rightarrow G$

↓ ↓

$B \rightarrow H$

$A \rightarrow I$

↓ ↓

$B \rightarrow J$

$A \rightarrow L$

↓ ↓

$B \rightarrow M$

Interquadras da dupla vertical $\{[C \rightarrow D]\}$

$C \rightarrow G$

↓ ↓

$D \rightarrow H$

$C \rightarrow I$

↓ ↓

$D \rightarrow J$

$C \rightarrow L$

↓ ↓

$D \rightarrow M$

Interquadras da dupla vertical $\{[E \rightarrow F]\}$

$E \rightarrow I$

↓ ↓

$F \rightarrow J$

$E \rightarrow L$

↓ ↓

$F \rightarrow M$

Interquadras da dupla vertical $\{[G \rightarrow H]\}$

$G \rightarrow L$

↓ ↓

$H \rightarrow M$

15 interquadras possíveis.

INFORMAÇÕES DESTILADAS

Desta breve análise chegamos a conclusão que temos 3 quadras próprias, 2 quadra imprópria e 10 interquadras. Totalizando 15 quadras, no geral. Porém, cada uma admite tornar-se uma interquadra pela pura inversão entre suas duplas verticais. Onde a ordem dos termos das duplas não pode ser alterada. Para que não se perca a verdade do teorema vulgar das quadras.

Se cada quadras admitem uma inversão de interquadra, e são 15, então o número de inversas é 15 também. Logo, o total de quadras é 30.

PRINCIPIO DE UMA PERCEPÇÃO

De modo geral, a partir dos exemplos acima, é possível perceber que o dobro da soma de j , que é a soma das quadras próprias mais as quadras impróprias, com o número de interquadras, ou quadras construídas além da simples percepção, é igual ao número total de quadras possíveis. Desde que não se altere a posição natural dos valores numéricos de tais duplas verticais. E o valor estar dobrado significa que está sendo somado o número de interquadras inversas a relação. Logo $2(j + Q)$, (Q) é o número de INTERQUADRAS

A quantidade de interquadras (Q) é dado por $(w - 1) \cdot (dv - 1)$. De acordo com os valores extraídos de alguns exemplos dissecados.

Logo, o número total de quadras é dado por:

$$[Nq = 2(j + (w - 1) \cdot (dv - 1))]$$

LEGENDA

Nq é o número de quadras possíveis;

w é o número de quadras próprias;

dv é o número de duplas verticais.

Ou ainda

$$[Nq = 2(j + (w - 1) \cdot (dv - 1))]$$

Veja, (dv) é o número de duplas verticais. E tal valor coincide com o valor de $\sqrt{(q - 1)}$. Onde q é o primeiro elemento da primeira quadra.

Sobre o Esqueleto do esboço

11/04/26; SÁB
 David Dias Marques

Dados coletados

Número do agrupamento	Quadradas próprias	Q. impróprias	dv	INVERSAS	Inteq.
1	1	0	2	1	0
2	2	1	4	6	3
3	3	2	6	15	10
4	4	3	8	28	21
5	5	4	10	45	36
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Logo [$Nq = 2(j + (w - 1) \cdot (\sqrt{(q - 1) - 1})$]

TEOREMA DAS INTRAQUADRAS

Diferente das interquadradas, as INTRAQUADRAS consistem na alteração posicional de suas duplas horizontais, afim de criar novas quadradas. E de tal modo isso acontece que o teorema vulgar das quadradas ainda mantém-se verdadeiro. Estas também admitem quadradas inversas. No entanto, sua inversão se dá no eixo x. Um ponto particular das intraquadradas é que suas duplas horizontais podem ser definidas, em certos casos, como DUPLAS HORIZONTAIS IMPRÓPRIAS. O que não é visto nas duplas verticais das INTERQUADRAS.

NOMENCLATURAS ABORDADAS:

Dupla horizontal superior;

Dupla horizontal inferior;

Dupla horizontal superior imprópria;

Dupla horizontal inferior imprópria.

Exemplo simples

A → C → E → G

↓ ↓ ↓ ↓

B → D → F → H

Para manter o teorema vulgar das quadradas verdadeiro é preciso não rotacionar o objeto mínimo formador de quadradas através do eixo oposto ao que está fixado.

DUPLAS POSSÍVEIS

DUPLAS HORIZONTAIS SUPERIORES:

$\{[A \rightarrow C], [E \rightarrow G]\}$

DUPLAS HORIZONTAIS INFERIORES:

$\{[B \rightarrow D], [F \rightarrow H]\}$

DUPLA HORIZONTAL SUPERIOR IMPRÓPRIA:

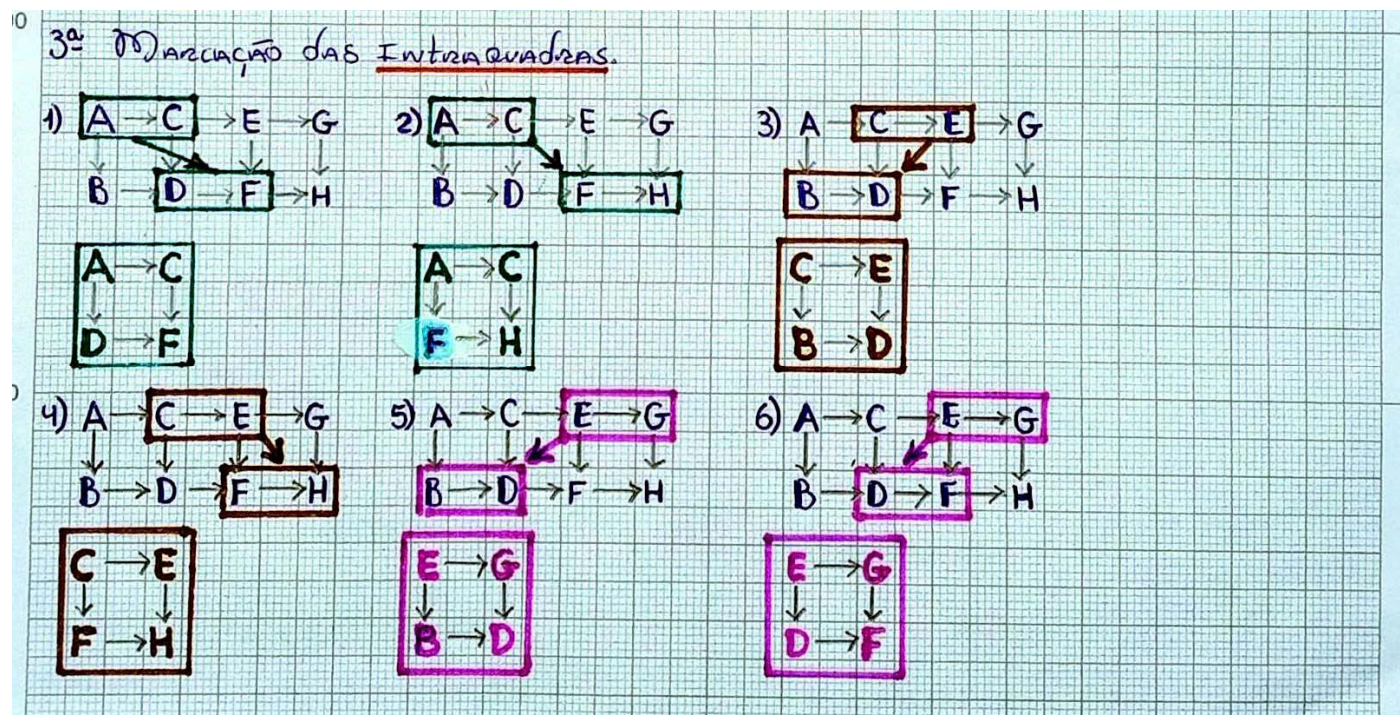
$\{[C \rightarrow E]\}$

DUPLA HORIZONTAL INFERIOR IMPRÓPRIA:

$\{[D \rightarrow F]\}$

EVIDENCIANDO AS INTRAQUADRAS

A partir do exemplo simples acima é possível construir as INTRAQUADRAS possíveis. À semelhança das interquadras, também somaremos as quadras próprias e impróprias.



QUADRAS PRÓPRIAS

$A \rightarrow C$

↓ ↓

$B \rightarrow D$

$E \rightarrow G$

↓ ↓

$F \rightarrow H$

QUADRAS IMPRÓPRIA

$C \rightarrow E$

↓ ↓

$D \rightarrow F$

INTRAQUADRAS

Para tais construções é preciso olhar apenas para as duplas horizontais nas diagonais, pois as combinações verticais são as próprias e as impróprias.

$A \rightarrow C$

↓ ↓

$D \rightarrow F$

$A \rightarrow C$

↓ ↓

$F \rightarrow H$

$C \rightarrow E$

↓ ↓

$B \rightarrow D$

$C \rightarrow E$

↓ ↓

$F \rightarrow H$

$E \rightarrow G$

↓ ↓

$B \rightarrow D$

$E \rightarrow G$

↓ ↓

$D \rightarrow F$

TEOREMA DAS QUADRAS ESTRANHAS

EM QUE CONSISTE ESSA ESTRANHEZA?

Uma quadra é dita estranha quando estiver construída entre os agrupamentos do esbelto. E o critério mínimo para sua construção é este, que os entes que constituem as duplas verticais e horizontais precisão estar equidistantes. Porém, essa equidistância não precisa ser a mesma para as diferentes classes de duplas envolvidas. Nesse tipo de quadra o teorema vulgar das quadras ainda é válido.

$A \rightarrow . . . \rightarrow H$

↓ ↓

.

.

.

↓ ↓

$P \rightarrow . . . \rightarrow Z$

Pelo teorema vulgar das quadras $d1 = d2$, logo $(A + Z) = (H + P)$

Temos alguns exemplos abaixo

EXEMPLO 1

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
			145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167	
			171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193	
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma da quadra indicada em vermelho na imagem acima:

17 → 21

↓ ↓

39 → 43

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(17 + 43) = (39 + 21)$$

$$60 = 60$$

EXEMPLO 2

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma da quadra indicada em vermelho na imagem acima:

$$27 \rightarrow 33$$

↓ ↓

$$87 \rightarrow 93$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(27 + 93) = (33 + 87)$$

$$120 = 120$$

EXEMPLO 3

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma da quadra indicada em vermelho na imagem acima:

$$19 \rightarrow 21$$

↓ ↓

$$181 \rightarrow 183$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(19 + 183) = (21 + 181)$$

$$202 = 202$$

EXEMPLO 4

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma da quadra indicada em vermelho na imagem acima:

$$37 \rightarrow 43$$

↓ ↓

$$205 \rightarrow 211$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(37 + 211) = (43 + 205)$$

$$248 = 248$$

EXEMPLO 5

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma das quadras indicadas em vermelho, a de fora, e em azul, a de dentro, respectivamente:

Quadra vermelha

$$17 \rightarrow 23$$

↓ ↓

$$53 \rightarrow 59$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(17 + 59) = (23 + 53)$$

$$76 = 76$$

Quadra azul

$$29 \rightarrow 31$$

↓ ↓

$$41 \rightarrow 43$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(29 + 43) = (31 + 41)$$

$$72 = 72$$

EXEMPLO 6

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
			83	85	87	89	91	93	95	97					
		101	103	105	107	109	111	113	115	117	119				
		123	125	127	129	131	133	135	137	139	141				
	145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167			
	171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193			
197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223		
227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253		
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma das quadras indicadas em vermelho, a de fora, e em azul, a de dentro, respectivamente:

Quadra vermelha

$$83 \rightarrow 91$$

↓ ↓

$$175 \rightarrow 183$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(83 + 183) = (91 + 175)$$

$$263 = 263$$

Quadra azul

$$105 \rightarrow 109$$

↓ ↓

$$151 \rightarrow 155$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(105 + 155) = (109 + 151)$$

$$260 = 260$$

EXEMPLO 7

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
				51	53	55	57	59	61						
			65	67	69	71	73	75	77	79					
			83	85	87	89	91	93	95	97					
		101	103	105	107	109	111	113	115	117	119				
		123	125	127	129	131	133	135	137	139	141				
	145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167			
	171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193			
197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223		
227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253		
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma das quadras indicadas:

Em vermelho

87 → 97

↓ ↓

207 → 217

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(87 + 217) = (97 + 207)$$

$$304 = 304$$

Em azul

$$109 \rightarrow 115$$

↓ ↓

$$181 \rightarrow 187$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(109 + 187) = (115 + 181)$$

$$296 = 296$$

Em branco

$$133 \rightarrow 135$$

↓ ↓

$$157 \rightarrow 159$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(133 + 159) = (135 + 157)$$

$$292 = 292$$

EXEMPLO 8

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma das quadras indicadas:

Em vermelho

$$65 \rightarrow 79$$

↓ ↓

$$265 \rightarrow 279$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(65 + 279) = (79 + 265)$$

$$344 = 344$$

Em azul

$$85 \rightarrow 95$$

↓ ↓

$$235 \rightarrow 245$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(85 + 245) = (95 + 235)$$

$$330 = 330$$

Em roxo

$$107 \rightarrow 113$$

↓ ↓

$$207 \rightarrow 213$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(107 + 213) = (113 + 207)$$

$$320 = 320$$

Em laranja

131 → 133

↓ ↓

181 → 183

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$(131 + 183) = (133 + 181)$$

$$314 = 314$$

O QUE MAIS É POSSÍVEL FAZER A UMA QUADRA ESTRANHA?

Nessas estranhas é possível, também, aplicar as ideias e conceitos dos teoremas das Interquadras e intraquadras.

AGRUPAMENTO ESTRANHO

PRIMEIRO CASO:

Se o fragmento do esbelto for suficientemente grande, pode-se até mesmo construir um agrupamento dentro do esbelto, entre seus agrupamentos.

EXEMPLO 1

							5	7														
							11	13														
							17	19	21	23												
							27	29	31	33												
							37	39	41	43	45	47										
							51	53	55	57	59	61										
							65	67	69	71	73	75	77	79								
							83	85	87	89	91	93	95	97								
							101	103	105	107	109	111	113	115	117	119						
							123	125	127	129	131	133	135	137	139	141						
							145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167				
							171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193				
							197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223		
							227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253		
							257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma do agrupamento estranho indicado:

101 → 105 → 109 → 113 → 117 → 119

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

263 → 267 → 271 → 275 → 279 → 281

SEGUNDO CASO:

Se as equidistâncias forem pequenas, pode-se utilizar um fragmento reduzido do esbelto para construir um grupamento pequeno.

EXEMPLO 2

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Forma do agrupamento estranho indicado:

37 → 43 → 47

↓ ↓ ↓

85 → 91 → 95

Observe que a ideia está rumando, a partir desses dois casos, para o que seria o conceito de fractal.

QUADRA CENTRAL E SOMA DE TERMOS ADJACENTES

A soma de todos os termos adjacentes a cada termo de uma quadra central, de um agrupamento que possua no mínimo duas quadras próprias, comprova o teorema vulgar das quadras.

Exemplo

$$A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow H$$

Demarcarei a quadra imprópria, os demais termos serão somados

$$(A + C) \rightarrow (E + G)$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$(B + D) \rightarrow (F + H)$$

Pelo teorema vulgar das quadras $d_1 = d_2$, logo

$$(A + C) + (F + H) = (B + D) + (E + G)$$

							5	7							
							11	13							
						17	19	21	23						
						27	29	31	33						
					37	39	41	43	45	47					
					51	53	55	57	59	61					
				65	67	69	71	73	75	77	79				
				83	85	87	89	91	93	95	97				
			101	103	105	107	109	111	113	115	117	119			
			123	125	127	129	131	133	135	137	139	141			
		145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167		
		171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193		
	197	199	201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	
	227	229	231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	
257	259	261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287

Quadras centrais de acordo com a imagem:

Primeira quadra central

$$(17 + 19) \rightarrow (21 + 23)$$

↓

↓

$$(27 + 29) \rightarrow (31 + 33)$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$[(17 + 19) + (31 + 33)] = [(21 + 23) + (27 + 29)]$$

$$(36 + 64) = (44 + 56)$$

$$100 = 100$$

Segunda quadra central

$$(51 + 53 + 55) \rightarrow (57 + 59 + 61)$$

↓

↓

$$(67 + 69 + 71) \rightarrow (73 + 75 + 77)$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$[(51 + 53 + 55) + (73 + 75 + 77)] = [(57 + 59 + 61) + (67 + 69 + 71)]$$

$$(159 + 225) = (177 + 207)$$

$$384 = 384$$

Terceira quadra central

$$(101+103+105+107+109) \rightarrow (111+113+115+117+119)$$

↓

↓

$$(123+125+127+129+131) \rightarrow (133+135+137+139+141)$$

Soma dos termos em diagonal, de acordo com o teorema vulgar das quadras:

$$[(101+103+105+107+109) + (133+135+137+139+141)] =$$

$$[(111+113+115+117+119) + (123+125+127+129+131)]$$

$$(525 + 685) = (575 + 635)$$

$$1210 = 1210$$

Perceba, o número de parcelas das somas deve ser igual, caso contrário d1 será diferente de d2.

Todas os teoremas e propriedades aqui mencionadas funcionam no Δ seq².

DIFERENÇA ENTRE OS ELEMENTOS DAS DUPLAS

PRIMEIRO CASO: duplas verticais

Seja a estrutura abaixo uma representação de uma estrutura algébrica de uma quadra natural

$$(4 \cdot n^2 + 1) \rightarrow (4 \cdot n^2 + 3)$$

↓

↓

$$(4 \cdot (n^2 + n) + 3) \rightarrow (4 \cdot (n^2 + n) + 5)$$

Primeiro

$$4n^2 + 4n + 3 - (4n^2 + 1)$$

$$4n^2 + 4n + 3 - 4n^2 - 1$$

$$4n + 3 - 1$$

$$(4n + 2)$$

Segundo

$$(4 \cdot (n^2 + n) + 5) - (4 \cdot n^2 + 3)$$

$$4n^2 + 4n + 5 - 4 \cdot n^2 - 3$$

$$4n + 5 - 3$$

$$(4n + 2)$$

Para ambos os casos: $2(2n + 1)$

Mesmo que as distâncias mudem, os valores ainda serão iguais. O exemplo acima é um exemplo natural.

SEGUNDO CASO: duplas horizontais

Exemplo de uma estrutura natural

$$(4n^2 + 1) \rightarrow (4n^2 + 3) \rightarrow (4n^2 + 5) \rightarrow (4n^2 + 7)$$

↓ ↓ ↓ ↓

$$(4(n^2 + n) + 3) \rightarrow (4(n^2 + n) + 5) \rightarrow (4(n^2 + n) + 5) \rightarrow (4(n^2 + n) + 5)$$

No caso das duplas horizontais superiores, inferiores ou impróprias, o valor da diferença de um elemento pra outro é 2, quando estivermos falando de quadras naturais: próprias e impróprias. As demais terão suas diferenças maior que 2. Enfatiza-se, por fim, que, tudo feito a um agrupamento, pode ser estruturalmente equivalente entre agrupamentos. É possível construir um agrupamentos entre agrupamentos. E assim por diante.



David Dias Marques,

Entusiasta Matemático e

Colaborador do WebSite Os Fantásticos Números Primos