Paracuru-CE
Data: 16/03/2025
Autor: David Dias Marques
E-mail: davidmarquesdias4@gmail.com
Título: 006 - Análise dos quadrados perfeitos por terminação e suas estruturas algébricas recursivas

Existe um ciclo fechado de seis terminações possíveis de unidades, que todos os quadrados perfeitos (sempre) devem obedecer, inequivocamente e matematicamente.

E são elas: { 0, 1, 4, 9, 6, 5 }.

E há certos quadrados perfeitos que têm suas terminações orientadas pelos produtos de dois casos possíveis. Cuja unidade de tais raízes são distintas, mas que geram quadrados perfeitos com unidades iguais.

E são estes os seis casos possíveis, dois singulares e quatro duplos:

I. Unidade da raiz sendo (0) só há uma possibilidade, quando posto sob produto de iguais, que é a unidade (0), como terminação do quadrado perfeito resultante. Não há outro produtos de exatos e iguais, com unidades distintas, que gere um quadrado perfeito terminado em zero, (0);

II. Unidade da raiz sendo (1) ou (9) só há uma possibilidade, quando posto sob produto de iguais que é a unidade (1), como terminação do quadrado perfeito resultante;

III. Unidade da raiz sendo (2) ou (8) só há uma possibilidade, quando posto sob produto de iguais, que é a unidade (4), como terminação do quadrado perfeito resultante;

IV. Unidade da raiz sendo (3) ou (7) só há uma possibilidade, quando posto sob produto de iguais, que é a unidade (9), como terminação do quadrado perfeito resultante;

V. Unidade da raiz sendo (4) ou (6) só há uma possibilidade, quando posto sob produto de iguais, que é a unidade (6), como terminação do quadrado perfeito resultante;

VI. Unidade da raiz sendo (5) só há uma possibilidade, quando posto sob produto de iguais, que é a unidade (5), como terminação do quadrado perfeito resultante. Não há outro produtos de exatos e iguais, com unidades distintas, que gere um quadrado perfeito terminado em cinco, (5).

TERMINADOS EM 0:

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE ÚNICA :

0•0 = 0

10•10 = 100

20•20 = 400

30•30 = 900

40•40 = 1.600

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais números:

$(10 \cdot n)^2 \Rightarrow 100 \cdot n^2$

Com n pertencente aos naturais.

TERMINADOS EM 1:

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE I :

$1 \cdot 1 = 1$

$11 \cdot 11 = 121$

$21 \cdot 21 = 441$

$31 \cdot 31 = 961$

$41 \cdot 41 = 1.681$

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais quadrados perfeitos terminados em 1:

$(10 \cdot n + 1)^2 \Rightarrow$

$100 \cdot n^2 + 20 \cdot n + 1$

Com n pertencente aos naturais.

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE II :

9•9 = 81

19•19 = 361

29•29= 841

39•39 = 1.521

49•49 = 2.401

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais quadrados perfeitos terminados em 1:

$(10 \cdot n + 9)^2 \Rightarrow$

$100 \cdot n^2 + 180 \cdot n + 81$

Com n pertencente aos naturais.

TERMINADOS EM 4:

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE I :

$2 \cdot 2 = 4$

$12 \cdot 12 = 144$

$22 \cdot 22 = 484$

$32 \cdot 32 = 1024$

$42 \cdot 42 = 1.764$

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais quadrados perfeitos terminados em 4:

$(10 \cdot n + 2)^2 \Rightarrow$

$100 \cdot n^2 + 40 \cdot n + 4$

Com n pertencente aos naturais.

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE II :

8•8 = 64

18•18 = 324

28•28 = 784

38•38 = 1.444

48•48 = 2.304

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais quadrados perfeitos terminados em 4:

$(10 \cdot n + 8)^2 \Rightarrow$

$100 \cdot n^2 + 160 \cdot n + 64$

Com n pertencente aos naturais.

TERMINADOS EM 9:

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE I :

$3 \cdot 3 = 9$

$13 \cdot 13 = 169$

$23 \cdot 23 = 529$

$33 \cdot 33 = 1.089$

$43 \cdot 43 = 1.849$

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais quadrados perfeitos terminados em 9:

$(10 \cdot n + 3)^2 \Rightarrow$

$100 \cdot n^2 + 60 \cdot n + 9$

Com n pertencente aos naturais.

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE II :

$7 \cdot 7 = 49$

$17 \cdot 17 = 289$

$27 \cdot 27 = 729$

$37 \cdot 37 = 1.369$

$47 \cdot 47 = 2.209$

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais quadrados perfeitos terminados em 9:

$(10 \cdot n + 7)^2 \Rightarrow$

$100 \cdot n^2 + 140 \cdot n + 49$

Com n pertencente aos naturais.

TERMINADOS EM 6:

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE I :

$4 \cdot 4 = 16$

$14 \cdot 14 = 196$

$24 \cdot 24 = 576$

$34 \cdot 34 = 1.156$

$44 \cdot 44 = 1.936$

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais quadrados perfeitos terminados em 9:

$(10 \cdot n + 4)^2 \Rightarrow$

$100 \cdot n^2 + 80 \cdot n + 16$

Com n pertencente aos naturais.

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE I :

6•6 = 36

16•16 = 256

26•26 = 676

36•36 = 1.296

46•46 = 2.116

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais quadrados perfeitos terminados em 9:

$(10 \cdot n + 6)^2 \Rightarrow$

$100 \cdot n^2 + 120 \cdot n + 36$

Com n pertencente aos naturais.

TERMINADOS EM 5:

OBSERVAÇÃO SOBRE A POSSIBILIDADE ÚNICA :

5•5 = 25

15•15 = 225

25•25 = 625

35•35 = 1.225

45•45 = 2.025

. . .

. . .

. . .

Dissecando a sequência, obtemos a seguinte relação de formação para tais quadrados perfeitos terminados em 9:

$(10 \cdot n + 5)^2 \Rightarrow$

$100 \cdot n^2 + 100 \cdot n + 25$

Com n pertencente aos naturais.

OBSERVAÇOES SOBRE OS MÚLTIPLOS DE 5 ELEVANDO AO QUADRADO:

O interessante sobre tais números é sua parte perfeitamente oblonga e suas invariáveis terminações em 25.

$5^2 = 025$

$15^2 = 225$

$25^2 = 625$

$35^2 = 1225$

$45^2 = 2025$

$55^2 = 3025$

$65^2 = 4225$

$75^2 = 5625$

$85^2 = 7225$

$95^2 = 9025$

$105^2 = 11025$

. .

. .

. .

Dissecando a relação, obtemos:

Observe os seguintes produtos notáveis dos primeiros múltiplos de 5, em sucessão:

5, que pode ser entendido como 5 + 0, logo:

$(5 + 0)^2 = (5 + 0 \bullet 5)^2$

15, que pode ser entendido como 5 + 10. Observe que 10 é 5×2, logo:

$(5 + 10)^2 = (5 + 2 \bullet 5)^2$

25, que pode ser entendido como 5 + 20, ou melhor, 5 + 5 × 4. Logo:

$(5 + 20)^2 = (5 + 4 \bullet 5)^2$

35 é 5 + 30, ou ainda, 5 + 5 × 6. Logo:

$(5 + 30)^2 = (5 + 6 \bullet 5)^2$

45 é percebido como 5 + 40, ou então,

5 + 8 × 5. Portanto:

$(5 + 40)^2 = (5 + 8 \bullet 5)^2$

.

.

.

Desse modo podemos interpretar os padrões como sendo igual a:

$(5 + 2 \bullet n \bullet 5)^2$

Simplificando:

$(5 \bullet (1 + 2 \bullet n))^2$

Distribuindo o expoente ao logo do produto, conseguimos:

$5^2 \bullet (2 \bullet n + 1)^2$

Ou ainda:

$25 \cdot (2 \cdot n + 1)^2$

Resolvendo o produto notável e multiplicando em seguida por 25, obteremos:

$25 \cdot (4 \cdot n^2 + 4 \cdot n + 1)$

E por fim:

$100 \cdot n^2 + 100 \cdot n + 25$

Observação:

Os números constituídos por uma parte oblonga e terminação 25, são obtidos pelo produto de 25 pelo quadrado de um certo número ímpar. Sendo n um número inteiro maior igual a zero.

Mas é possível fazer algumas manipulações algébricas simples e demonstrar que sempre teremos uma parte oblonga junto de uma terminação 25.
Ei-la:

DEMONSTRAÇÃO DA FORMA:
Como já foi anteriormente dissecado sobre os múltiplo de 5 ao quadrado, sabemos que

$25 \cdot (2 \cdot n + 1)^2$ gera números oblongos com terminação 25.

Porém, agora é preciso observar como tais oblongos surgem na estrutura de tais números. Para tanto vamos fazer uso apenas da relação extraída da amostra de números que usamos, da qual destilamos tais entes.

Pegando, então, a relação mencionada e fazendo algumas manipulações algébricas simples, conseguimos:

$$100 \cdot n^2 + 100 \cdot n + 25$$

Colocando 100 em evidência:

$$100 \cdot (n^2 + n) + 25$$

Ou ainda, para não deixar o 25 solitário no final da fila, obtemos:

$$25 \cdot [4 \cdot (n^2 + n) + 1]$$

Mas vamos nos deter apenas em:

$$100 \cdot (n^2 + n) + 25$$

Onde $n^2 + n$ é a estrutura algébrica que expressa em sua representação o conceito do que seria um número retangular. Oblongo para os íntimos.

Sendo assim, podemos reescrever os números em questão sob o aspecto de soma e produto. Isso de acordo com $100 \cdot (n^2 + n) + 25$.

E são eles:

$5^2 = 25$, o mesmo que $100 \cdot (0) + 25$;

$15^2 = 225$, o mesmo que $100 \cdot (2) + 25$;

$25^2 = 625$, o mesmo que $100 \cdot (6) + 25$;

$35^2 = 1225$, o mesmo que $100 \cdot (12) + 25$;

$45^2 = 2025$, o mesmo que $100 \cdot (20) + 25$;

$55^2 = 3025$, o mesmo que $100 \cdot (30) + 25$;

$65^2 = 4225$, o mesmo que $100 \cdot (42) + 25$;

$75^2 = 5625$, o mesmo que $100 \cdot (56) + 25$;

$85^2 = 7225$, o mesmo que $100 \cdot (72) + 25$;

$95^2 = 9025$, o mesmo que $100 \cdot (90) + 25$;

$105^2 = 11025$, o mesmo que $100 \cdot (110) + 25$;

. . .

. . .

. . .

OBSERVAÇÃO:

Com destaque entre parênteses para os números retangulares.

RECURSIVIDADE GERAL PARA QUADRADOS PERFEITOS

De tudo isso mencionada anteriormente é possível obter uma relação geral para todas as terminações.

Chamaremos a unidade das raízes de k. Logo, podemos escrever a seguinte sequência geral:

$$k \cdot k = k^2$$

$$(10 + k) \cdot (10 + k) = (10 + K)^2$$

$$(20 + k) \cdot (20 + k) = (20 + K)^2$$

$$(30 + k) \cdot (30 + k) = (30 + K)^2$$

$$(40 + k) \cdot (40 + k) = (40 + K)^2$$

. . .

. . .

. . .

Dissecando uma estrutura geral da sequência acima, obtemos:

$(10 \cdot n + k)^2$

Abrindo o produto notável, obtemos:

$100 \cdot n^2 + 20 \cdot k \cdot n + k^2$

Partindo $20 \cdot k \cdot n$ em $10 \cdot k \cdot n + 10 \cdot k \cdot n$, podemos reescrever $100 \cdot n^2 + 20 \cdot k \cdot n + k^2$ como:

$100 \cdot n^2 + 10 \cdot k \cdot n + 10 \cdot k \cdot n + k^2$

Simplificando o que for possível e ressantando a estrutura algébrica dos números retangulares que aparecerem, adquirimos:

$10 \cdot (10 \cdot n^2 + k \cdot n) + 10 \cdot (k^2/10 + k \cdot n)$

Ou ainda, colocando 10 em evidência:

$10 \cdot [(10 \cdot n^2 + k \cdot n) + (k^2/10 + k \cdot n)]$

Um certo quadrado perfeito terminado em k é dez vezes a soma de dois casos particulares de números retangulares. Isso para k constante e n variando. E sendo k = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

Referências Bibliográficas:

MOURA, Glewbber Spíndola Saraiva de. **Método alternativo para calcular o quadrado de um número através da adição e subtração**. Anais V CONEDU... Campina Grande: Rea lize Editora, 2018. Disponível em: editorarealize.com.br/artigo/visualizar/47841>. Acesso em: 09/03/2025 10:11

SILVA, Ricardo José . **Números Retangulares e Números Quadrados Perfeitos Terminados em Cinco**. Disponível em: http://www.osfantasticosnumerosprimos.com.br/011-estudos-549-numeros-retangulares-numeros-quadrados-perfeitos-terminados-em-cinco.html. Acesso em 19/03/2025