

Teresina - Piauí

Data: 05/10/2025

Autor: Ari Costa (Aristóteles de Araújo Costa)

E-mail: aridaritapesquisa@gmail.com

Título: Nova Fórmula do Quadrado da Hipotenusa para números do tipo $6y+1$

Quadrado da Hipotenusa do Tipo $4 \cdot x^4 + 8 \cdot x^3 + 8 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1; x \in \mathbb{Z}_+^*$, e a Relação com Números do tipo $6 \cdot y + 1; y \in \mathbb{Z}_+^*$

Algoritmos de Euclides para Ternos Pitagóricos Primitivos

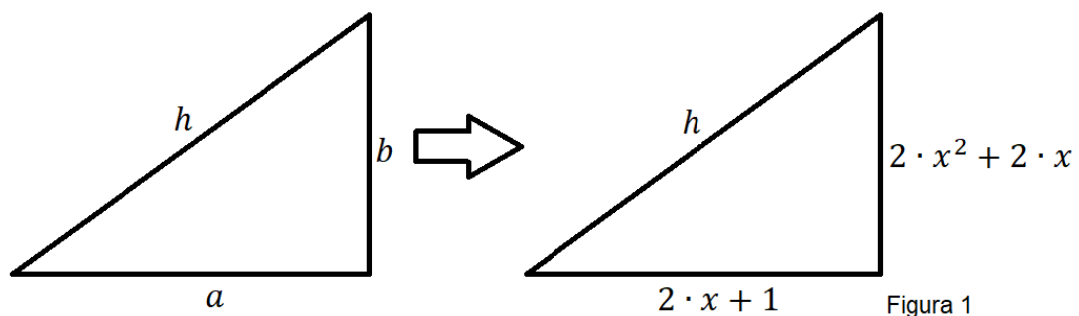
$m, n \in \mathbb{Z}_+^*$, e $m > n$, e são primos entre si, e $m - n$ é um número ímpar; de maneira que o terno pitagórico primitivo é obtido por:

$$a = m^2 - n^2; b = 2 \cdot m \cdot n; c = m^2 + n^2$$

Euclides de Alexandria foi um professor, matemático platônico e escritor grego, muitas vezes referido como o "Pai da Geometria", que viveu no século III antes da era comum, é considerado como a sua principal obra o livro Os Elementos.

Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Euclides>

No algoritmo de Euclides, considerando a condição $m = x + 1$, e $n = x$, $x \in \mathbb{Z}_+^*$, por substituição, teremos as equações $a = 2 \cdot x + 1$, e $b = 2 \cdot x^2 + 2 \cdot x$, e sendo h a hipotenusa do triângulo retângulo, teremos segundo o Teorema de Pitágoras a equação $h^2 = a^2 + b^2$, e por substituição chega-se na equação $h = \sqrt{4 \cdot x^4 + 8 \cdot x^3 + 8 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1}; x \in \mathbb{Z}_+^*$.



No algoritmo de Euclides a hipotenusa é igual a c , de maneira que $c = m^2 + n^2$, e $m, n \in \mathbb{Z}_+^*$, e $m > n$, e são primos entre si, e $m - n$ é um número ímpar; logo para a denotação feita tem-se $h = c \Leftrightarrow c = \sqrt{4 \cdot x^4 + 8 \cdot x^3 + 8 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1}; x \in \mathbb{Z}_+^*$.

Tabela 1

a	b	$h = c$	$6 \cdot y + 1; y \in \mathbb{Z}_+^*$	h^2	$6 \cdot y + 1; y \in \mathbb{Z}_+^*$
3	4	5		25	$6 \cdot (4) + 1$
5	12	13	$6 \cdot (2) + 1$	169	$6 \cdot (28) + 1$
7	24	25	$6 \cdot (4) + 1$	625	$6 \cdot (104) + 1$
9	40	41		1.681	$6 \cdot (280) + 1$
11	60	61	$6 \cdot (10) + 1$	3.721	$6 \cdot (620) + 1$
13	84	85	$6 \cdot (14) + 1$	7.225	$6 \cdot (1.204) + 1$
15	112	113		12.769	$6 \cdot (2.128) + 1$
17	144	145	$6 \cdot (24) + 1$	21.025	$6 \cdot (3.504) + 1$
19	180	181	$6 \cdot (30) + 1$	32.761	$6 \cdot (5.460) + 1$
21	220	221		48.841	$6 \cdot (8.140) + 1$
23	264	265	$6 \cdot (44) + 1$	70.225	$6 \cdot (11.704) + 1$
25	312	313	$6 \cdot (52) + 1$	97.969	$6 \cdot (16.328) + 1$
27	364	365		133.225	$6 \cdot (22.204) + 1$
29	420	421	$6 \cdot (70) + 1$	177.241	$6 \cdot (29.540) + 1$
31	480	481	$6 \cdot (80) + 1$	231.361	$6 \cdot (38.560) + 1$
33	544	545		297.025	$6 \cdot (49.504) + 1$
35	612	613	$6 \cdot (102) + 1$	375.769	$6 \cdot (62.628) + 1$
37	684	685	$6 \cdot (114) + 1$	469.225	$6 \cdot (78.204) + 1$
39	760	761		579.121	$6 \cdot (96.520) + 1$
...	...	...	...	...	...

Exemplo

$$x = 3, \therefore a = 2 \cdot x + 1 \Leftrightarrow a = 7;$$

$$x = 3, \therefore b = 2 \cdot x^2 + 2 \cdot x \Leftrightarrow b = 24;$$

$$x = 3, \therefore h = \sqrt{4 \cdot x^4 + 8 \cdot x^3 + 8 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1} \Leftrightarrow h = \sqrt{625} \Leftrightarrow h = 25$$

$$7^2 + 24^2 = 25^2$$

Algoritmo de Euclides

$$c = m^2 + n^2; m > n, \text{ então teremos } m = 4, \text{ e } n = 3, \text{ e verifica } 4^2 + 3^2 = 25.$$

Em um triângulo retângulo cuja hipotenusa esteja relacionada à condição

$m = x + 1$, e $n = x$, $x \in \mathbb{Z}_+^*$, e por substituição tem-se os catetos $a = 2 \cdot x + 1$, e $b = 2 \cdot x^2 + 2 \cdot x$, as denotações atendem os critérios do algoritmo de Euclides para ternos pitagóricos primitivos, o quadrado da hipotenusa é um número do tipo $6 \cdot y + 1; y \in \mathbb{Z}_+^*$.

$$h^2 = 4 \cdot x^4 + 8 \cdot x^3 + 8 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1; x \in \mathbb{Z}_+^*$$

111111
112223
334555
666999